

Programme de recherche  
**Visite de Reinhard Höpfner**  
Mai/Juin 2018

Nous nous proposons de continuer notre collaboration fructueuse portant sur l'étude du modèle de Hodgkin-Huxley stochastique. Le modèle de Hodgkin-Huxley déterministe modélise le comportement d'émission de spikes (décharges électriques) pour beaucoup de types de neurones. Nous considérons un tel modèle avec un stimulus extérieur périodique aléatoire représentant l'information synaptique. D'un point de vue mathématique ceci mène à l'étude d'une diffusion en dimension 5 qui est fortement dégénérée et pour laquelle seulement la condition de Hoermander faible est satisfaite, et ceci seulement localement. Nous avons néanmoins réussi à établir l'ergodicité du processus nous permettant d'obtenir des théorèmes limites (par exemple un théorème de Glivenko-Cantelli) (voir Hoepfner, Loecherbach et Thieullen AIHP 2016, ESAIM P & S 2016 et Bernoulli 2017). La suite de notre collaboration sera consacrée à l'étude statistique de tels processus. Nous nous intéressons surtout à l'estimation de la périodicité inconnue d'un signal encodé dans le stimulus aléatoire extérieur.

Nous étudierons ensuite les grandes déviations du modèle de Hodgkin-Huxley stochastique dans une limite petit bruit à la Freidlin-Wentzell. Le fait que le processus est fortement dégénéré (il est seulement Hoermander faible) nécessite une minutieuse mise en place de la théorie de contrôle associée ainsi qu'un contrôle du comportement en temps petit des densités de transition (aussi dans la situation où les coefficients - en particulier celui de la diffusion - dépendent du temps). Pour mener à bien ce projet, on pourra faire appel aux études récentes sur ce sujet très délicat faites par Bally, Pigato et Caramellino (2016) ainsi que d'Antoine Ledent (PhD, 2017).

Research project  
**Visit of Reinhard Höpfner**  
May/June 2018

We propose to continue our collaboration devoted to the study of the stochastic Hodgkin-Huxley model. The deterministic Hodgkin-Huxley model describes the emission of spikes in many types of neurons. We consider such a model when the system is exposed to some periodic random stimulus representing the synaptic information. From a mathematical point of view this leads to a 5-d system which is a highly degenerate diffusion satisfying only the weak Hoermander condition (and this only locally). We have however succeeded to prove the unique ergodicity of this process together with a couple of limit theorems (e.g. a theorem of the type Glivenko-Cantelli for the interspike intervalls) (see Hoepfner, Loecherbach and Thieullen AIHP 2016, ESAIM P & S 2016 and Bernoulli 2017). To continue this work, we will now turn to statistical properties of the model. We will in particular be interested in the estimation of the unknown periodicity of a signal which is encoded in the external stimulus.

In a second step, we will start a study of the large deviation properties of the stochastic Hodgkin-Huxley Model in the small noise limit, in the spirit of Freidlin-Wentzell. The fact that the process is highly denerate (it is only weak Hoermander) implies that a particular attention has to be paid to the control properties of the diffusion as well as the behavior in small time of the transition densities. To do so, we will rely on recent results obtained by Bally, Pigato and Caramellino (2016) as well as in the PhD-thesis of Antoine Ledent.